

## DOPLERJEV POJAV PRI ZVOKU IN PRI SVETLOBI PRI PREMOČRTNEM ENAKOMERNEM GIBANJU OPAZOVALCA O IN IZVORA E.

Tirnici **premočrtno in enakomerno** gibajočega se opazovalca O s hitrostjo  $v_o\mathcal{E}$  in izvora E zvočnega ali svetlobnega valovanja s hitrostjo  $v_e\mathcal{E}$  sta premici. Ti dve premici sta lahko a.) **vzporedni** (če je v sliki 1:  $D_1 > 0, \varphi = 0$ ), b.) se **sekata** ( $D_1 = 0, \varphi \dots 0$ ), ali pa c.) nista **niti vzporedni, niti se ne sekata** ( $D_1 = 0, \varphi \dots 0$ ). V primeru c.) obstajata samo dve ravnini, v katerih ležita obe tirnici, ki sta **vzporedni**. To sta ravnini O in E. Razdalja med tema dvema ravninama je  $D_1$  (glej sliko 1.). Vse pravokotne projekcije točk iz ravnine E v ravnino O in s tem povezane daljice in kote v nadaljevanju označimo z indeksom '.

Po sliki 1 je razdalja med O in E (= dolžina zveznice OE), ki jo označimo z D  

$$D = D(t) = \{[D_1^2 + D'(t)^2]\}^{1/2} = D'(t)/\cos(\gamma) = D(-t) \quad (e.1).$$

Pri tem je

$$D'(t) = [D_2 + v_e t]^2 + [v_o t]^2 - 2 [D_2 + v_e t][v_o t] \cos(\varphi) \}^{1/2} \quad (e.2)$$

in so: a.)  $\varphi$  kot, ki ga oklepata vektorja  $v_e\mathcal{E}$  in  $v_o\mathcal{E}$ , oziroma njuni vzporednici, b.)  $\gamma$  kot

$$\gamma = \arctg [D_1/D'(t)] = \gamma(t) \quad (e.3),$$

ki ga oklepata D in D', za katerega velja:

$$\gamma(t = \pm 4) = 0 \neq \gamma(t) \neq \gamma(t = 0) = \arctg (D_1/D_2) \quad (e.4)$$

in c.) oddaljenost  $D = D_2$  med E in O, ko se O nahaja v P', to je v presečišču s projekcijo tirnice E s tirnico O v ravnini O. Tedaj je  $t = 0$ , razdalja  $D = D_3 = (D_1^2 + D_2^2)^{1/2}$  med O in E pa je tedaj najkrajša. S časom  $\pm t$  razdalja med O in E raste, zveznice OE' pa so pri tem vzporedne daljice [v sliki 1 na primer D'(t) in D'(t+Δt)]. Hitrost s katero se spreminja oddaljenost O in E, to je D(t), označimo kot radialno hitrost:  $v_R = dD/dt = v_R(t)$ .

Če je  $D_1 = 0$ , soupada točka P s točko P', ki postane presečišče obeh tirnic O in E. Tedaj sta:  $\gamma = \arctg (D_1/D_2) = 0$  in  $D_3 = D_2$ . Če pa je tudi  $D_3 = D_2 = 0$ : E in O ob  $t = 0$  **trčita**.

Označimo a.) hitrost zvoka in hitrost svetlobe s c in opredelimo še b.) pojem **relativne hitrosti**  $v_r\mathcal{E} = v_e\mathcal{E} - v_o\mathcal{E}$  (c.) pojem (relativne) **radialne hitrosti**  $v_R = dD/dt$  izvora E glede na O. Prva ima absolutno vrednost

$$v_r = |v_r\mathcal{E}| = [v_e^2 + v_o^2 - 2 v_e v_o \cos(\varphi)]^{1/2} \quad (e.5)$$

in je, kadar sta  $v_e$  in  $v_o$  konstantni, tudi sama konstanta, to je od časa t neodvisna. Druga, ki je pomembna pri Dopplerjevem pojavu (glej e.7), pa se tudi v tem primeru s časom t spreminja in je:  $v_R = v_R(t) = -v_R(-t)$ . Njeno absolutno vrednost določa vsota projekcij  $v_e$  in  $v_o$  na zveznico EO. Torej je

$$v_R = [v_e \cos(\varphi_e) + v_o \cos(\varphi_o)] / \cos [\gamma(t)] \quad (e.6).$$

Pri tem sta:  $\varphi_e = \alpha$ , kot ki ga oklepa projekcija vektorja  $v_e\mathcal{E}$  s projekcijo OE' zveznice OE v ravnino O in  $\varphi_o = \beta$  kot, ki ga oklepa vektor  $v_o\mathcal{E}$  s projekcijo OE' zveznice OE v ravnino O (glej sliko 1). Po sinusnem stavku sta kota  $\varphi_e$  in  $\varphi_o$  glede na  $\Delta(P'OE')$  med seboj povezana z enačbo:  $(D_2 + v_e t) / \sin(\pi - \varphi_o) = v_o t / \sin(\pi - \varphi_e)$ ,  $\cos(\gamma) = 1$  pa je v treh primerih: a.)  $D_1 = 0$  in b.)  $t = \pm 4$ .

Radialno hitrost  $v_R(t)$  v odvisnosti od časa t kaže za različne vrednosti  $D_3 = (D_1^2 + D_2^2)^{1/2}$  slika 2.

Po /1: str.168/ in /4: (1.5) in (1.7)/ je **pri zvoku** splošna enačba za količnik  $f_o/f_e$  frekvenčnega premika

$$f_o/f_e = [c + v_o \cos(\varphi_o) / \cos(\gamma)] / [c - v_e \cos(\varphi_e) / \cos(\gamma)] \quad (e.7).$$

Pri tem sta kota  $\varphi_e$  in  $\varphi_o$  merjena z vrtenjem v isto smer od zveznice O'E'. V primeru, ko sta  $v_o$  in  $v_e \ll c$  preide zgornja enačba v enačbo

$$f_o/f_e \cdot 1 + [v_o \cos(\varphi_o) + v_e \cos(\varphi_e)]/[c \cdot \cos\gamma(t)] = 1 + (v_R/c) \quad (\text{e.8})^*$$

Splošna enačba za frekvenčni premik **pri svetlobi** pa je po /2: str.74, (e.12)/ in /3: (e.5)/

$$f_o/f_e = [1 + v_r \cos(\varphi_o)/c]/[1 - (v_r/c)^2]^{1/2} \quad (\text{e.9})^{**}$$

V njej predstavlja  $\varphi_c$  kot med  $v_r$  in  $c$ . V primeru  $\varphi_c = 0$  in  $v_r \ll c$  pa preide ta enačba v enačbo

$$\begin{aligned} f_o/f_e &= \{[1 + (v_r/c)][1 + (v_r/c)]\}^{1/2}/\{[1 + (v_r/c)][1 - (v_r/c)]\}^{1/2} = \\ &= \{[1 + (v_r/c)]/\{[1 - (v_r/c)]\}\}^{1/2} = 1 + (v_r/c) \quad (\text{e.10}). \end{aligned}$$

Enačbi (e.10) in (e.8) sta, kot vidimo, identični, če zamenjamo v njih  $v_R$  in  $v_r$  in upoštevamo različni vrednosti za  $c$  pri zvoku in pri svetlobi. Identični pa sta le v primeru  $\varphi_c = 0$  in  $\varphi_c = \pi$ , ne pa tudi pri drugih vrednostih  $\varphi_c$ , kot na primeru pri  $\varphi_c = \pi/2$ , kakršen nastopa pri **kozmološkem** svetlobnem frekvenčnem premiku, pri katerem moramo tega poleg Dopplerjevega svetlobnega frekvenčnega premika upoštevati še **gravitacijski** svetlobni frekvenčni premik.

Preglednica uporabljenih oznak:

$v_r$  =  $v_e$  -  $v_o$  - relativna hitrost E glede na O,  
 $v_R = v_R(t) = dD/dt = [v_e \cos(\varphi_e) + v_o \cos(\varphi_o)]/\cos[\gamma(t)] = v_R(-t)$  - radialna hitrost E proti O,  
 $\varphi$  - kot, ki ga oklepata vektorja  $v_e$  in  $v_o$ , oziroma njuni vzporednici,  
 $\varphi_e = \varphi_e(t) = \alpha$  in  $\varphi_o = \varphi_o(t) = \beta$  - kota, ki ju oklepata projekcija vektorja  $v_e$  in vektor  $v_o$  s projekcijo zveznice OE' v ravnino O (glej sliko 1),  
 $\gamma = \arctg [D_1/D'(t)] = \gamma(t)$  - kot, ki ga oklepata D in D'  
 $\varphi_c$  - kot med  $v_r$  in  $c$

Navedeni viri in opombe:

/1/ Strnad: Fizika 1.del, DMFA Ljub. 2002.

/2/ Strnad: Fizika 3.del, DMFA Ljub. 2002.

/3/ Pehani: Svetlobni frekvenčni premik.

/4/ Tomažič: e-mail v zvezi s /3/.

\* Ta enačba je identična enačbi (e.3) v /3/ in (1.4) v /4/, če upoštevamo drugačno mejenje kota  $\varphi_o$ , kot v primeru (e.7) in sicer po sliki 1 v /3/.

\*\* Enačba (1.9) v /4/, je (e.8) zapisana recipročno, to je nepravilno!